

ПРОГРАММА РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ
УРАВНЕНИЙ НА "МИНСКЕ-222"

Л.В. Головяшкина, Ю.Г. Косарев

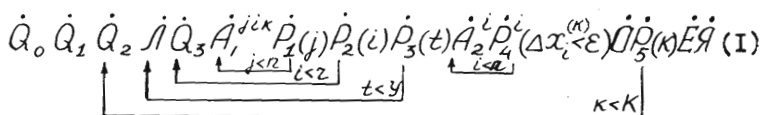
Описывается универсальная программа решения системы линейных алгебраических уравнений на вычислительной системе "Минск-222" [1,2], автоматически настраиваемая на заданное число машин ℓ в этой системе и число уравнений n в задаче [3].

И. С х е м а п р о г р а м м ы. За основу взят рассмотренный в [4] параллельный алгоритм решения системы уравнений $X = BX + G$ методом последовательных приближений, вычисляемых по формуле: $X^{(k)} = BX^{(k-1)} + G$ при $X^{(0)} = G$, где B - матрица, X и G - векторы.

В отличие от [4] предполагается, что $\ell \ll n$. В каждой машине S хранятся τ строк матрицы B и соответствующие компоненты вектора G (строки N_S^1, \dots, N_S^z), а также вычисляются и хранятся до следующего приближения τ компонент вектора $X^{(k)}$. Для первых Δ машин, где $0 \leq \Delta \leq \ell - 1$ остаток от деления n на ℓ , $\tau = \lfloor \frac{n}{\ell} \rfloor + 1$, для всех остальных $\tau = \lfloor \frac{n}{\ell} \rfloor$. В общем случае, когда свободное место в оперативной памяти (ОП) $R \leq \tau(n+1)$, матрица B хранится на магнитных лентах (МЛ). Матрица B записывается по строкам. Вектор $X^{(k-1)}$ хранится в ОП каждой машины.

Одновременно вычисляются ℓ компонент вектора $X^{(k)}$ в

соответствии с операторной схемой программы



В этой схеме функции р-операторов следующие:

\dot{Q}_0 подготавливает константы, зависящие от параметров задачи.

\dot{Q}_1 настраивает машины системы.

\dot{Q}_2 устанавливает первоначальные значения счетчиков циклов и индексных ячеек.

\dot{L} вводит в ОП с МЛ очередную порцию элементов матрицы B .

\dot{Q}_3 формирует переход к следующей строке матрицы.

\dot{A}_1^{iik} вычисляет $x_i^{(k)}$

$\dot{P}_1(i), \dot{P}_2(j), \dot{P}_3(t), \dot{P}_5(k)$ - р-операторы обобщенного условного перехода, осуществляющие переход к следующему р-оператору после повторения заданного числа циклов.

\dot{A}_2 вычисляет $\Delta x_i^{(k)} = |x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}|$.

$\dot{P}_4^i(\Delta x_i^{(k)} < \epsilon)$ проверяет, удовлетворено ли условие

$$\Delta x_i^{(k)} < \epsilon \quad (i=1, 2, \dots, n).$$

При соблюдении этого условия печатается результат и номер приближения (р-оператор \dot{E}), счет прекращается (р-оператор \dot{Y}); при $\Delta x_i^{(k)} \geq \epsilon$ - переход к следующему оператору.

\dot{O} пересылает во все машины по $z+1$ компонент вектора $X^{(k-1)}$ сначала из машины m_1 , затем из m_2 и т.д. и, наконец, из m_e .

2. В р е м я с ч е т а. Как можно видеть из схемы программы, фактически все время счета на одной машине t_{1n}^c затрачивается на выполнение основного цикла, образованного р-операторами \dot{A}_i, \dot{P}_i , которые могут быть реализованы командами: умножения +35, сложения +16, и конец цикла - 20. Средняя длительность команд +35 и +16 равна 370 и 200 мксек [5]. Длительность команды -20 равна 120-24/n мксек. В данном случае n велико и вторым членом можно пренебречь. Таким образом, среднее время на выполнение команд основного цикла равно

$\tau_{осн} = 690$ мксек. Для сокращения этого времени две арифметические операции +35 и +16 были повторены в программе 8 раз. Благодаря этому время основного цикла уменьшилось примерно на 15%.

$$\tau_1 = 570 + \frac{120}{8} = 585 \text{ мксек}$$

и, соответственно,

$$t_{in}^c = 585 \cdot n^2 \cdot \bar{\kappa} \text{ мксек}, \quad (3)$$

где $\bar{\kappa}$ - среднее число итераций.

Время работы с МЛ. На каждой итерации нужно ввести в ОП с МЛ все коэффициенты. Соответствующие затраты времени составляют

$$t_{en}^n = (400 + 50 \cdot \frac{1000}{M}) \cdot \frac{n(n+1)}{e} \bar{\kappa} \text{ мксек}, \quad (4)$$

где 400 мксек - время обмена ОП с МЛ одним кодом, $50 \cdot 10^3$ мксек - время ожидания при каждом обращении к МЛ. При размере вводимой порции $M = 2000$ слов

$$t_{en}^n = 425 \frac{n(n+1)}{e} \bar{\kappa} \text{ мксек}. \quad (5)$$

Время на перемотку МЛ не учитывается, так как при работе с одной лентой другая успевает вернуться в исходное положение.

Время ввода - вывода. Для решения задачи нужно ввести $n(n+1)$ слов. Если ввод осуществляется в одной машине, то на это потребуется время

$$t_{in}^{bb} = n(n+1) \left[\tau_{bb} + \frac{e-1}{e} \cdot 10^{-6} (48 + \frac{1}{R} 72) + \frac{1}{e} (400 \cdot 10^{-6} + \frac{1}{R} 50 \cdot 10^3) \right] + n(n+1) \bar{\tau}_{bb} \text{ сек}, \quad (6)$$

где τ_{bb} - время ввода одного кода. Здесь первый член - время ввода слова с перфоленты в ОП, второй - время пересылки слова в другие машины, третий член - время записи на МЛ. Коэффициенты $\frac{e-1}{e}$, $\frac{1}{R}$ и $\frac{1}{e}$ учитывают, соответственно, долю передаваемых слов из данной машины в остальные; размеры одновременно передаваемой группы слов; совмещение пересылки слов на МЛ и ввода с перфоленты следующей группы слов во всех машинах, кроме данной.

Нетрудно видеть, что два последних члена намного меньше первого, и ими можно пренебречь.

Время ввода можно уменьшить в e раз, если данные вводить сразу во все машины, тогда

$$t_{en}^{bb} = \frac{n(n+1)}{e} (\tau_{bb} + 400 \cdot 10^{-6} + \frac{1}{R} \cdot 50 \cdot 10^3) \approx \frac{n(n+1)}{e} \tau_{bb}. \quad (7)$$

Для перфоленты $\tau_{bb} = 1/60$ сек, для перфокарт - $1/20$ сек.

Время вывода найденных значений x_1, \dots, x_n будет

$$t_{in}^b = n\tau_\beta, \quad (8)$$

где τ_β - время вывода одного слова. Скорость печати - 20 слов/сек.

Время обмена кодами между ЭМ. В конце итерации каждая ЭМ посылает во все остальные машины группу из $\tau+1$ компонент вектора $X^{(k-1)}$. Эта пересылка занимает время

$$t_{en}^o = (76+48(\tau+1))\bar{c}\bar{k} \approx (76c+48n)\bar{k} \text{ мксек}. \quad (9)$$

Потери времени из-за десинхронизации. Согласно схеме программы синхронизация осуществляется при каждом обмене (р-оператор \dot{O}) и при выполнении р-оператора \dot{P}_4 , т.е. всего $e+1$ раз. Причиной десинхронизации может быть в основном р-оператор A_1 , реализуемый командами +35 и +16, время выполнения которых зависит от операнд. Средние потери, согласно [5], в этом случае будут

$$\frac{1}{k} t_{en}^d \approx \sqrt{\frac{260(e-1)}{n^2/e \cdot 10^4}} \cdot 585n^2. \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что величиной t_{en}^d во всех практически интересных случаях можно пренебречь.

Время простоя. Из схемы программы видно, что все р-операторы состоят из одинаковых составляющих, поэтому простой может быть только из-за неравномерности распределения строк матрицы B между машинами. Время простоя, очевидно, будет

$$t_{en}^\Delta = \frac{e-\Delta}{n} t_{en}. \quad (11)$$

Таким образом, величина t_{en}^Δ может быть сколько-нибудь существенной только при малых n .

Из (3) - (11) видно, что при решении трудоемких задач, (когда $n \gg e$), для которых, собственно, и предназначаются вычислительные системы, дополнительные затраты времени, связанные с особенностями системы "Минск-222", можно не принимать во внимание и считать, что

$$t_{en} \approx t_{en}^c + t_{en}^n + t_{en}^{bb} \approx (1000\bar{k} + \frac{1}{60} \cdot 10^6) \frac{n(n+1)}{e} \text{ мксек}. \quad (12)$$

Если данные уже были размещены на МЛ, например были получены в результате решения предыдущей задачи или взвод был совмещен с ним, то

$$t_{en} \approx t_{en}^c + t_{en}^n \approx 1000 \frac{n(n+1)}{e} \bar{k} \text{ мксек} \approx 1000 \frac{n^2}{e} \bar{k} \text{ мксек}. \quad (13)$$

В этом случае для определения коэффициентов эффективности [2] можно не знать среднего числа итераций \bar{K} . Нетрудно видеть, что

$$\begin{aligned}\delta_I &= \frac{t_{in}^c}{e \cdot t_{en}^c} \approx 1, \\ \delta_{II} &= \frac{t_{in}^c + t_{in}^A}{e \cdot t_{en}^c} = \frac{585 + 425}{585} \approx 1,7, \\ \delta_{III} &= \frac{t_{in}^c + t_{in}^A}{e(t_{en}^c + t_{en}^A)} \approx 1.\end{aligned}\quad (I4)$$

Размеры соответствующих областей видны из таблицы временных характеристик (табл. I).

Как видно из таблицы I, имеется довольно обширная область значений n и e , в которой объединение в систему увеличивает эффективность каждой машины в 1,7 раза.

Хотя машины в системе работают с той же эффективностью, что и изолированные, в области больших n ($\delta_{III} \approx 1$) объединение их в систему позволяет решать задачи при значительно большем числе уравнений.

В области $n < 60$, когда данные размещаются полностью в ОП одной машины, при $n \ll e$ либо при n , кратном e , система будет решать задачу в e раз быстрее. В остальных случаях для этой области коэффициент эффективности будет немного меньше единицы, поэтому, если нет срочных задач, может оказаться выгодным разбить систему с помощью команды настройки на e независимых машин и на каждой из них решать свою задачу.

3. Особенности программы. При составлении программы исходили из следующих положений.

Экономия времени. Из схемы программы (I) непосредственно видно, что время выполнения основных операторов A_1, A практически равно времени решения задачи. При программировании соответствующих им блоков (Б.1, Б.2) предпринимались усилия для сокращения времени их работы. При этом сознательно шли на усложнение как самих блоков, так и требований к остальным блокам. При программировании остальных блоков, наоборот, экономились ячейки памяти даже за счет увеличения времени их работы.

Т а б л и ц а I

Время выполнения одной итерации
на системе из ℓ машин "Минск-2"

n'_{max}		ℓ													
		I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
секунды	59	2,0	1,0	0,7	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	I	
	84	7,0	2,0	1,3	1,2	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	II	
	102	10	5,0	2,0	1,5	1,2	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5		
	116	13	6,5	4,3	2,0	1,6	1,3	1,2	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7		
	130	17	8,5	5,7	4,2	2,0	1,6	1,4	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8		
	142	20	10	6,7	5,0	4,0	2,0	1,7	1,5	1,4	1,2	1,0	1,0		
	154	24	12	8,0	6,0	4,8	4,0	2,0	1,8	1,6	1,4	1,3	1,2		
	162	26	13	8,7	6,5	5,2	4,3	3,7	2,0	1,8	1,6	1,5	1,3		
	174	30	15	10	7,5	6,0	5,0	4,3	3,7	2,0	1,8	1,6	1,5		
	185	34	17	11	8,5	6,8	5,7	4,9	4,3	3,8	2,0	1,8	1,7		
	190	36	18	12	9,0	7,2	6,0	5,2	4,5	4,0	3,6	2,0	1,8		
	196	38	19	13	9,5	7,0	6,3	5,4	4,8	4,2	4,0	3,5	2,0		
	600	6,0	3,0	2,0	1,5	1,2	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5		III
	800	-	5,4	3,6	2,7	2,2	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1	0,9	0,8		
	1000	-	-	6,0	4,5	3,6	3,0	2,6	2,3	2,0	1,8	1,7	1,6		
	1200	-	-	-	6,0	4,8	4,0	3,4	3,0	2,7	2,4	2,3	2,0		
1400	-	-	-	-	6,4	5,3	4,6	4,0	3,6	3,2	3,2	2,8			
1500	-	-	-	-	-	6,3	5,4	4,7	4,2	3,8	3,5	3,2			
1600	-	-	-	-	-	-	6,0	5,2	4,7	4,2	4,4	3,5			
1700	-	-	-	-	-	-	-	6,0	5,3	4,8	4,4	4,0			
1800	-	-	-	-	-	-	-	-	6,0	5,4	5,0	4,5			
1900	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6,0	5,5	5,0			
2000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6,0	5,5			
2100	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6,0			

Простота организации программы. Программа составлялась так, чтобы в ней отсутствовали формируемые команды. Зависящие от параметров задачи и системы константы выделялись в отдельный массив, образуемый с помощью простого блока формирования (Б.7).

Простота отладки. Предусматривалась возможность отладки программы в два этапа. На первом этапе с помощью специальной подпрограммы [8] программа настраивалась на работу в режиме одиночной машины и отладка велась так, как это обычно делается для ЭВМ. На втором этапе программа отлаживалась на системе "Минск-222".

4. Р а с п р е д е л е н и е п а м я т и .

0001-0017 - индексные ячейки;
0061-0253 - программа;
0255-0263 - константы;
0264-0270 - информационная карта;
0273-0312 - формируемые константы;
0315-0320 - рабочие ячейки;
0321-0442 - оператор Q_0 ;
0450-0517 - СП 0021 (2 — 10);
0520-7777 - ячейки для промежуточных результатов и коэффициентов системы уравнений. Для промежуточных результатов отводится массив $(z+n)$ ячеек. В оставшихся ячейках памяти $R = 7257 - (z+n)$ хранятся коэффициенты. При $R \leq z(n+i)$ задача полностью размещается в ОИ элементарных машин. При $R > z(n+i)$ эти ячейки используются для очередной части данных, вводимой с магнитных лент.

5. П о д г о т о в к а д а н н ы х . Параметры задачи и системы указываются в информационной карте каждой машины S . Все параметры записываются в восьмеричной системе.

Адрес		A_1	A_2
0264	ℓ	0000	S
0265			ϵ
0266	0000	0000	n
0267	K	000 α	0000
0270	$L-1$	$P_0 q_0 00$	0000

α - указывает какой вид памяти используется при решении задачи: ОИ ($\alpha = 1$), МЛ ($\alpha = 0$);

L - число лент, на которых записаны коэффициенты;

$P_0 q_0$ - номер магнитной ленты, с которой начинается запись массива B .

Коэффициенты уравнений записываются по строкам, причем сначала записывается свободный член. Для хранения коэффициентов можно использовать все МЛ машины "Минск-2". Массив коэффициентов записывается, начиная с ленты $P_0 q_0$. Его продолжение записывается с нулевого адреса на следующую по порядку ленту, после заполнения последней ленты ($q = 3$) в шкафу переходят к ленте с номером $q = 0$ следующего шкафа. На первой ленте записано $Z_0 \leq Z$ порций, на каждой последующей - Z порций. Каждая порция размером $M = 3640_8$ кодов. Последняя порция дополняется нулями. Если используются только две ленты, то данные равномерно распределяются между ними. Коэффициенты перед записью на МЛ переводятся (если это нужно) из десятичной системы в двоичную.

6. О п и с а н и е б л о к о в. Программа состоит из семи блоков.

Б л о к I (0061-0103) вычисляет

$$x_i^{(k)} = \sum_{j=1}^n b_{ij} x_j^{(k-1)}$$

Время работы этого блока составляет практически все время счета (без учета ввода информации с МЛ). Чтобы уменьшить затраты на вспомогательную команду - 20, организующую счет по циклу, применено e - кратное расписывание цикла.

Для правильной работы блока I при вычислении $x_i^{(k)}$ необходимо занести в рабочую ячейку $\gamma_i : q_i$ и в индексные ячейки

$$i_1: 00 00 \quad 0102 - 2\delta \quad 0000, \quad (15)$$

$$i_2: \rho \quad B-e+\delta+(n+1)(i-1) \quad X^{k-1}e-1+\delta. \quad (16)$$

Здесь ρ и δ - соответственно целая часть частного и остаток при делении n на e . Величину e удобно выбрать равной 2^m (m - целое). В данной программе $e = 10_8$.

X^{k-1} - адрес ячейки, с которой записан массив $x_{i_1}^{(k-1)}$

B - адрес ячейки, с которой записана матрица $\vec{B} = (q_i) + (b_{ij})$. Матрица \vec{B} записана по строкам. Каждая строка начинается со свободного члена q_i .

Добавление $(\rho \delta+1 \delta)$ к предыдущему содержимому i_2 и вычитание $(0000 \quad 0000 \quad n)$, как нетрудно видеть, образует содержимое i_2 , необходимое для счета следующей строки. Действительно, после счета i -ой строки в i_2 находится:

$$00 00 \quad B-e+\delta+(n+1)(i-1)+\rho e \quad X^{k-1}e-1+\delta+\rho e.$$

Добавляя $\rho \quad \delta+1 \quad \delta$
получаем $\rho \quad B-e+\delta+(n+1)(i-1)+(\rho e+\delta+1) \quad X^{k-1}e-1+\delta+(\rho e+\delta)$.
Так как $\rho e+\delta=n$, то $i_2: \rho \quad B-e+\delta+(n+1)i \quad X^{k-1}e-1+\delta+n$.

Вычитая из второго адреса n , получаем требуемое значение i_2 для счета $(i+1)$ -ой строки:

$$i_2: \rho \quad B-e+\delta+(n+1)i \quad X^{k-1}e-1+\delta.$$

Для единообразия выражение (16) будем писать в виде:

$$\rho \quad (B-e-1)+\delta+1+(n+1)(i-1) \quad (X^{k-1}e-1)+\delta. \quad (16')$$

Б л о к 2 (0104-0130) вводит в МЗУ массив B , находящийся на L магнитных лентах (МЛ) с подряд идущими номерами. При этом после МЛ с номером 3 шкафа p следует МЛ с номером 0 шкафа $p+1$. На МЛ q_0 из шкафа p_0 , на которой хранится начало массива B , содержится Z_0 порций, на всех остальных МЛ по Z порций. Все порции записаны с начала зоны и содержат одинаковое число кодов $M+1$. В последней порции последней МЛ ($p_{k-1} q_{k-1}$) может при этом вводиться лишнее число кодов. Последний код в каждой порции - служебный, он дополняет контрольную сумму ($K \Sigma$) до - 7777777777777. Величину M лучше всего брать равной 3540_8 , 13640_8 или 23640_8 , так как в этом случае МЛ после считывания очередной порции останавливается в положении, при котором минимальны затраты времени на подвод очередной зоны.

После ввода очередной порции с МЛ одновременно со счетом происходит перемотка к начальной зоне предыдущей МЛ. При работе с МЛ ($\rho_0 q_0$) перематывается МЛ ($\rho_{L-1} q_{L-1}$).

Блок имеет два входа: вход I (0104) при первом обращении к МЛ и вход 2 (0116) при всех остальных обращениях.

Б л о к 3 (0131-0143) - вспомогательный блок, который по числу n , помещенному в первый адрес ячейки 0040, формирует следующие константы:

0041 : $\rho \quad \delta+1 \quad \delta$
 0042 : $\rho \quad \delta \quad \delta$
 0043 : 0000 δ 0000

СМ и 0001 : 0000 0102-2 δ 0000 ,

где ρ и δ - соответственно целая часть частного и остаток от деления n на 10_8 .

Число n остается в ячейке 0040.

Б л о к 4 (0144-0166) осуществляет счет строки матрицы \tilde{B} , элементы которой хранятся на МЛ в двух различных порциях.

Признаком последней строки в данной порции служит неотрицательный знак разности

$$n'' = n + 1 - [(B + M - 1) - (\alpha_i(i_2) + 10_8)] \geq 0, \quad (17)$$

где $B + M - 1$ - адрес последнего кода в данной порции,
 $\alpha_i(i_2) + 10_8$ - адрес последнего кода v_{i-1n} в предыдущей строке,

$\alpha_i(i_2)$ - содержание первого адреса индексной ячейки i_2 после вычисления очередного $x_{i-1}^{(K)}$,

n'' - число отсутствующих в МОЗУ коэффициентов $v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in''}$ i -й строки ($0 \leq n'' \leq n$).

Обозначим через n' число коэффициентов $v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in'}$ строки i , находящихся в МОЗУ ($0 \leq n' \leq n$).

Очевидно, $n' = n - n''$. При $n'' = 0$, $n' = n$ i -я строка вся находится в МОЗУ. При $n'' = n$, $n' = 0$ в МОЗУ находится только g_i . i -я строка считается в два этапа:

1) определяется

$$g_i + \sum_{j=1}^{n'} v_{ij} x_j; \quad (18)$$

2) после ввода с МЛ следующей порции вычисляется оставшая часть суммы

$$x_i^k = q_i + \sum_{j=1}^{n'} b_{ij} x_j + \sum_{j=n'+1}^n b_{ij} x_j. \quad (19)$$

Счет каждого этапа ведется с помощью Б.І. Перед I этапом засылается в i_1 :

$$\begin{array}{l} 0000 \quad 0102-2\delta' \quad 0000, \\ \text{в } i_2 : i_2 + (\rho' \delta' + 1 \delta' - n). \end{array}$$

Перед 2 этапом засылается в i_1 :

$$\begin{array}{l} 0000 \quad 0102-2\delta'' \quad 0000, \\ \text{в } i_2 : i_2 + (\rho'' \delta'' + 1 - M - 1 \delta''), \end{array}$$

где $\rho', \delta', \rho'', \delta''$ - соответственно частное и остаток при делении n' и n'' на 10_8 .

Для расчетов выражение (17) лучше преобразовать так:

$$n'' = a_1(i_2) + n - [(B-11) + (M-1)]. \quad (17)$$

Б л о к 5 (0167-0203) осуществляет обмен кодами $x_i^{(k)}$ $i=1, 2, \dots, n$ между ЭМ. Каждая из машин по очереди, начиная с I-й, передает всем остальным подсчитанные $x_i^{(k-1)}$. Обмен выполняется за ℓ этапов. На S -этапе передающей будет ЭМ с номером S . Адреса ячеек, в которых хранятся $x_i^{(k-1)}$ во всех ЭМ одинаковы.

$$\begin{array}{l} N_S = N_{S-1} + \tau + 1, \quad S \leq \Delta, \\ N_S = N_{S-1} + \tau, \quad S > \Delta. \end{array}$$

Для единообразия передается и принимается $\tau + 1$ код. При этом от ЭМ с номерами $S > \Delta$ поступает лишний код, который потом замещается первым кодом при следующей передаче.

Б л о к 6 (0204-0254) - ведущий.

Б л о к 7 (032I-0442) формирует константы по значениям параметров, указанных в информационной карте. Он состоит из трех подблоков:

Б.7а (0322-0330) выполняет деление целых чисел и определяет целую часть частного и остаток. Делимое и делитель помещаются в младших разрядах ячеек 004I и 0040, соответственно. Целая часть частного и остаток получают соответственно в ячейках 0042 и 004I.

Б.76 (033I-04I0) формирует константы 0273-0306. Константы τ_s, N_s следующим образом зависят от номера ЭМ S .
 При $S < \Delta + 1$:

$$\tau_s = \tau + 1,$$

$$N_s = N_I + (\tau + 1)(S - 1);$$

при $S \geq \Delta + 1$:

$$\tau_s = \tau,$$

$$N_s = N_I + (\tau + 1)(S - 1) - (S - 1 - \Delta),$$

где $\tau = \left[\frac{n}{\ell} \right]$, Δ - остаток от деления n на ℓ .

Б.7в формирует константы, связанные с работой МЛ. В информационной карте указывается число МЛ L , которыми можно располагать для данной задачи. Общий объем данных, хранящихся на МЛ - $\tau(n+1)$. Для их размещения нужно Y зон на МЛ.

$$Y = \begin{cases} \left[\frac{\tau(n+1)}{M} \right] + 1 & \text{при } \Delta_M > 0, \\ \frac{\tau(n+1)}{M} & \text{при } \Delta_M = 0, \end{cases}$$

где Δ_M - остаток от деления $\tau(n+1)$ на M . На всех МЛ, кроме, может быть, первой ($P_0 Q_0$), содержится одинаковое число порций:

$$t = \begin{cases} \left[\frac{Y}{L} \right] + 1 & \text{при } \Delta_L > 0, \\ \frac{Y}{L} & \text{при } \Delta_L = 0, \end{cases}$$

где Δ_L - остаток от деления Y на L .

На первой МЛ при $\Delta_L > 0$ будет на $L - \Delta_L$ зон меньше. Последняя зона последней МЛ ($P_{L-1} Q_{L-1}$) дополняется до полной порции нулями.

7. Инструкция к программе. Ввод программы и начальных данных. Пуск. На первом этапе вводится специальная программа [7] и передается ей управление. Эта программа вводит коэффициенты с перфоленты, переводит их в двоичную систему и записывает на МЛ. Если МЛ не используется, то коэффициенты размещаются в ОП машин системы, начиная с ячейки в В.

В ОП машины вызывается СП 002I, начиная с 0450 ячейки [6].

На втором этапе вводится программа (006I-0264; 032I-0447) и информационная карта (0264-0270). Пуск программы производится с ячейки 033I.

Вывод на печать. В конце работы выдаются на печать компоненты вектора $\bar{X}^{(K)}$ и число итераций K .

Конец работы. При работе программы, кроме обычного останова (ячейка 0244), могут произойти аварийные основы, если будет достигнуто предельно допустимое число итераций (ячейка 0254) или произойдет сбой МЛ ячейки (0I10).

Примечание: если по каким-либо причинам потребуется работать с величиной порций, считываемых с МЛ, отличной от $M = 3640$, то необходимо занести в ячейки 0I44:= 0000 M-I 0000, 0I65: = 0000 M+I 0000, 0I66: = 0000 M 0000.

8. В ы в о д ы. На системе из ℓ машин можно решать задачи с числом уравнений n , большим в $\sqrt{\ell}$ раз, чем на одной машине.

Программа позволяет решать задачи на системе из ℓ машин в $\alpha \ell$ раз быстрее, где $\alpha = 1$, либо $\alpha = 1,7$.

Данная программа несущественно отличается от программы для одиночной машины. Из 124 команд программы только 19 команд введено для организации работы на системе, 13 из них образуют блок 5, 6 команд находятся в блоке 6. Остальные блоки полностью совпадают с блоками программы для одной машины. Блок 7 формирует 3 константы (из 19), зависящие от параметров системы. Можно сделать вывод, что программирование данной задачи для системы "Минск-222" по сложности и объему программы такое же, как и для одиночной ЭМ.

Ниже приведена программа решения рассмотренной задачи.

Адрес	Команды и числа				Пояснения	№ поз.
0060						
I	-30	01	0000	0000	ПУ : 0102 - 2 δ	Б.1
2	35	02	0001	0001	СМ : $v_{ij} x_j$	
3	16	00	0320	0320	$x_i : \sum_j v_{ij} x_j$	
4	35	02	0002	0002		
5	16	00	0320	0320		
6	35	02	0003	0003		
7	16	00	0320	0320		
0070	35	02	0004	0004		
I	16	00	0320	0320		
2	35	02	0005	0005		
3	16	00	0320	0320		
4	35	02	0006	0006		
5	16	00	0320	0320		
6	35	02	0007	0007		
7	16	00	0320	0320		
0100	35	02	0010	0010		
I	16	00	0320	0320		
2	-20	02	0062	0100	цикл по $j, i_2 + (0010, 0010)$	
3	-30	00	0000	0000	ЯОС	
4	-10	00	0312	0016	$i_{16} : 0000 \quad P_{L-1} q_{L-1} \quad 00 \quad 0000$	Б.2
5	-10	00	0311	0014	$i_{14} : L-1 \quad p_0 \quad q_0 \quad 00 \quad 0000$	
6	-10	00	0307	0015	$i_{15} : x_0^{-1} \quad M \quad B$	
7	-30	00	0111	0000	ПУ	
0110	-00	00	0014	0015	авост при $K \Sigma \neq 17777 \quad 7777 \quad 7777$	
I	-46	I4	0000	0000	} считывание очередной порции с МЛ	
2	-45	I5	0001	0000		
3	-30	00	0111	0000		Повторный счет
4	23	00	0257	0000	} $K \Sigma = 17777 \quad 7777 \quad 7777?$	
5	-33	00	0110	0124		
6	10	00	0127	0014	$i_{14} : i_{14} + (0000 \quad 0000 \quad 4000) \text{вх.2}$	
7	-20	I5	0111	0000	Все ли порции считаны?	
0120	10	00	0310	0015	$i_{15} : x^{-1} \quad M \quad B$	
I	70	00	0130	0014	$i_{14} : L-k-1 \quad p_k \quad q_k \quad 00 \quad 0000$	
2	72	00	0261	0016	$i_{16} : 0000 \quad p_k \quad q_k \quad 00 \quad 0000$	
3	-20	I4	0111	0126	Все ли L МЛ считаны?	

Адрес	Команды и числа				Пояснения	
0I24	- 4I	I6	0000	0000	Перемотка пред. МЛ	
5	- 30	00	0000	0000	ЯОС	
6	00	00	0500	0000	} константы	
7	00	00	0000	4000		
0I30	77	77	7300	0000		
1	72	00	0076	0043		0043: 0000 δ 0000
2	63	00	0I32	0II4	CM: 0000 0000 δ	
3	I2	00	0043	0042	0042: 0000 δ δ	
4	2I	00	0043	0040	CM: 0000 p0 0000	
5	63	00	0I35	00II	CM: p 0000 0000	
6	I2	00	0042	0042	0042: p δ δ	
7	I2	00	0260	004I	004I: p $\delta+1$ δ	
0I40	2I	00	0043	0I43	CM : 0000 0I02- δ 0000	
I	22	00	0043	000I	i_1 : 0000 0I02-2 δ 0000	
2	- 30	00	0000	0000	ЯОС	
3	00	00	0I02	0000	} константы	
4	00	00	3637	0000		
5	7I	00	0255	0002		CM: 0000 $\alpha_1(i_2)$ 0000
6	I3	00	0303	0000		CM: 0000' $\alpha_1(i_2)+n$ 0000
7	22	00	0306	03I6	z_3 : 0000 π'' 0000	
0I50	- 32	00	0I5I	022I	$\pi'' \geq 0$ ПУ:0I5I; $\pi'' < 0$ ПУ:022I	
I	2I	00	03I6	0303	CM: 0000 π' 0000	
2	06	00	0000	0040	0040: 0000 π' 0000	
3	- 3I	00	0I6I	0I64		
4	- 3I	00	0II6	0I25	Ввод очередной порции с МЛ	
5	20	00	0I65	0002	$i_2: i_2 - (0000 0364I 0000)$	
6	- IO	00	03I6	0040	0040: 0000 π'' 0000	
7	- 3I	00	0I6I	0I64		
0I60	- 30	00	0223	0000	ПУ Б.6	
I	- 3I	00	0I3I	0I42	ПУ Б.3	
2	IO	00	004I	0002	$i_2: i_2 + (p' \delta + \delta')$; $i_2: i_2 + (p' \delta + \delta')$	
3	- 3I	00	006I	0I03	$z_1: q_i + \sum_1^k b_{ij} x_j^{k-1}$; $z_1: x_i^k$	
4	- 30	00	0000	0000	ЯОС	
5	00	00	364I	0000	} константы	
6	00	00	3640	0000		
7	- IO	00	0276	00II		$i_H: l-1$ 0000 0000

Адрес	Команды и числа				Пояснения
0170	-10	00	0277	0010	$i_{70} : \Delta - 1 \quad \varepsilon \quad N_f$
I	-20	10	0173	0274	$i_{70} : i_{70} + (0000 \quad \varepsilon + 1)$ при $S \leq \Delta$
2	10	00	0273	0010	$i_{70} : i_{70} + (0000 \quad \varepsilon)$ при $S > \Delta$
3	21	00	0275	0011	СМ: «0» при $i_{71} : \ell - S \quad 0000 \quad 0000$
4	-34	00	0200	0175	
5	-65	00	0000	0000	синхронизация
6	-56	10	0001	0000	II (ε_S, N_S)
7	-30	00	0202	0000	
0200	-65	00	0000	0000	синхронизация
I	-57	10	0001	0000	Пр (ε_S, N_S)
2	-20	11	0171	0000	цикл по $S, i_{71} + (0000 \quad 0001)$
3	-30	00	0000	0000	ЯОС
4	-10	00	0267	0003	$i_3 : k \quad 000 \alpha \quad 0000 \quad \text{Б.6}$
5	-01	00	0000	0130	РН : 011
6	-10	00	0302	0004	$i_4 : \varepsilon_S - 1 \quad 0000 \quad X^k$
7	-30	12	0210	0000	
0210	-31	00	0104	0125	Ввод I-ой порции с МЛ
I	-10	00	0301	0002	$i_2 : 0000 \quad \text{В} - \text{II} \quad X^{k-1} - \text{II}$
2	-10	00	0303	0040	0040 : 0000 $\pi \quad 0000$
3	-31	00	0131	0142	
4	73	00	0000	0000	СМ : 0000 0000 0000
5	07	02	0011	0000	СМ : g_i
6	-30	12	0217	0320	$\varepsilon_1 : g_i$
7	-30	00	0145	0000	ПУ : Б.4
0220	00	00	0000	0000	
I	10	00	0041	0002	$i_2 : i_2 + (p_n \delta^{+1} \delta)$
2	-31	00	0061	0103	$\varepsilon_1 : g_i + \sum_{j=1}^n b_{ij} x_j^{k-1}$
3	-10	04	0320	0000	$x_i^k \rightarrow X^k$
4	20	00	0304	0002	$i_2 : i_2 - (0000 \quad 0000 \quad \pi)$
5	-20	04	0212	0257	$i_4 : i_4 + (0000 \quad 0000 \quad 0001)$
6	-65	00	0000	0000	синхронизация
7	-10	00	0300	0006	$i_6 : \varepsilon_{S-1} \quad X^k \quad N_S$
0230	25	06	0000	0000	СМ : Δx_i^k
I	56	00	0265	0000	СМ : $ \Delta x_i^k - \varepsilon$
2	-32	00	0245	0233	$\omega = 1$ ПУ:0233; $\omega = 0$ ПУ:0245
3	-20	06	0230	0062	цикл по $i, i_6 + (0001 \quad 0001)$

Адрес	Команды и числа				Пояснения
0234	-65	00	0000	0000	Синхронизация
5	-3I	00	0167	0203	Обмен x_i^k между ЭМ
6	-10	00	0305	00I3	$i_{13} : n-1$ X^{k-1} 0000
7	-10	I3	0000	0040:	x_i^k
0240	-3I	00	0450	00I7	СП 002I: $2 \Rightarrow 10$
I	-60	00	0400	004I	Печать
2	-20	I3	0237	0260	Цикл по $i, i_{13} + (000I 0000)$
3	-60	00	I400	0003	Печать числа итераций k
4	-00	0I	0000	0000	Конец (I)
5	-02	40	0000	0256	ОБПИ
6	-10	00	0300	0007	$i_7 : z_s - 1$ X^k N_s
7	-10	07	0000	0000	$x_i^k \Rightarrow N_s$
0250	-20	07	0247	0062	Цикл по $i; i_7 + (000I 000I)$
I	-3I	00	0167	0203	Обмен x_i^k между ЭМ
2	-20	03	0206	0257	Цикл по $k; i_3 + (0000 000I)$
3	-3I	00	0236	0244	
4	-00	02	0000	0000	Конец (2)
5	00	00	7777	0000	
6	-30	00	0246	0000	константы
7	00	00	0000	000I	
0260	00	00	000I	0000	
I	00	00	7777	7777	
2	00	00	0000	0520	
3	00	00	0520	0000	
4				l 0000	$\left. \begin{matrix} S \\ \varepsilon \end{matrix} \right\}$
5					
6				0000 0000	n
7				k 000	α 0000
0270				$L-1$ p_0 q_0 00	0000
I					
2					
3				0000 0000	z
4				0000 0000	$z+1$
5				$l-s$ 0000	0000
6				$l-1$ 0000	0000
7				$\Delta-1$ z	N_1

Адрес	Команды и числа				Пояснения
0300				$z_s - 1$	0520 N_s
I				0000	B - II $X^{k-1} - 11$
2				$z_s - 1$	0000 0520
3				0000	π 0000
4				0000	0000 π
5				$\pi - 1$	$X^{k-1} = N_1$ 0000
6				0000	B-II + M-I 0000
7				$z_o - 1$	M B
0310				$z - 1$	0000 0000
I				$L - 1$	$p_o q_o$ 00 0000
2				0000	$p_{L-1} q_{L-1}$ 00 0000
3					
4				z_4	
5				z_3	
6				z_2	
7				z_1	
0320					
I	00	00	00II	00II	z_3 : константа B.7
2	-10	00	0000	0042	0042: $\langle 0 \rangle$ B.7a
3	10	00	0257	0042	0042: $\langle 0042 \rangle + (0000 0000 000I)$
4	20	00	0040	004I	004I: $\langle 004I \rangle - (0000 0000 \ell)$
5	-32	00	0323	0326	$\omega \geq \text{ПУ:0323}$; $\omega < 0 \text{ ПУ:0326}$
6	20	00	0257	0042	0042: $\langle 0042 \rangle - (0000 0000 000I)$
7	10	00	0040	004I	CM и 004I: 0000 0000 Δ
0330	-30	00	0000	0000	НОС
I	7I	00	0266	026I	CM: 0000 0000 π
2	06	00	0000	0304	0304: 0000 0000 π B.76
3	62	00	0346	0303	0303: 0000 π 0000
4	22	00	0260	0305	0305: 0000 $\pi - 1$ 0000
5	7I	00	0264	026I	CM: 0000 0000 S
6	22	00	0257	0315	0315: 0000 0000 S-1
7	62	00	0353	0275	0275: S-1 0000 0000

Адрес	Команды и числа				Пояснения			
0340	-10	00	0267	0012	i_{12}	k	000	α 0000
I	6I	00	0403	0264	CM:	0000	0000	ℓ
2	06	00	0000	0040	0040:	0000	0000	ℓ
3	-10	00	0304	004I	004I:	0000	0000	π
4	-3I	00	0322	0330				
5	-34	00	0346	0347	$\Delta = 0$	ПУ:0347;	$\Delta = 0$	ПУ:0346
6	23	00	0257	00I4	CM:	0000	0000	$\Delta - I$
7	62	00	0353	0277	0277:	$\Delta - 1$	0000	0000
0350	-10	00	0042	0273	0273:	0000	0000	τ
I	I2	00	0257	0274	0274:	0000	0000	$\tau + 1$
2	I2	00	0262	0300	0300:	0000	0000	N_1
3	I3	00	0305	0030	CM:	0000	$\pi - 1$	N_1
4	62	00	0346	0305	0305:	$\pi - 1$	N_1	0000
5	I0	00	0300	0277	0277:	$\Delta - 1$	0000	N_1
6	6I	00	0346	0273	CM:	0000	τ	0000
7	I2	00	0277	0277	0277:	$\Delta - 1$	τ	N_2
0360	II	00	0300	0304	CM:	0000	0000	B - I
I	I3	00	0166	0000	CM:	0000	M	B - I
2	I2	00	0257	0307	0307:	0000	M	B
3	63	00	0346	0II4	CM:	M	B	0000
4	I3	00	0300	0000	CM:	M	B	N_1
5	23	00	032I	0000	CM:	M	B-II	$N_2 - II$
6	72	00	026I	030I	030I:	0000	B-II	$N_1 - II$
7	73	00	0255	0000	CM:	0000	B-II	0000
0370	I2	00	0I44	0306	0306:	0000	B-II+M-I	0000
I	6I	00	0353	0273	CM:	τ	0000	0000
2	06	00	0000	0302	0302:	τ	0000	0000
3	I2	00	0300	0300	0300:	τ	0000	N_1
4	-70	00	0274	03I5	CM:	0000	0000	$(\tau + 1)(S - 1)$
5	I2	00	0300	0300	0300:	τ	0000	$N_1 + (\tau + 1)(S - 1)$
6	20	00	004I	03I5	τ_4	0000	0000	$S - 1 - \Delta$
7	-32	00	0400	0403				

Адрес	Команды и числа				Пояснения			
0400	20	00	0315	0300	0300:	z_s	0000	N_s
I	I2	00	0244	0300	0300:	z_s-1	0000	N_s
2	I0	00	0244	0302	0302:	z_s-1	0000	0000
3	71	00	0264	0130	CM:	l	0000	0000
4	I2	00	0244	0276	0276:	$l-1$	0000	0000
5	22	00	0275	0275	0275:	$l-s$	0000	0000
6	I0	00	0262	0302	0302:	z_s-1	0000	0520
7	71	00	0267	0255	CM:	0000	000	0000
0410	-34	00	0442	0411	$\omega = 1$ с МЛ; $\omega = 0$ с ОП			
I	-70	00	0273	0304	CM:	0000	0000	$z \cdot \pi^2$ Б.7В
2	I2	00	0273	0041	0041:	0000	0000	$z(\pi+1)$
3	71	00	0255	0307	CM:	0000	М	0000
4	62	00	0363	0040	0040:	0000	0000	М
5	-31	00	0322	0330				
6	-34	00	0417	0420	$\Delta_M=0$ ПУ:0420; $\Delta_M \neq 0$ ПУ:0417			
7	I0	00	0257	0042	0042:	0000	0000	У
0420	-10	00	0042	0041	0041:	0000	0000	У
I	61	00	0403	0270	CM:	0000	0000	L -I
2	I2	00	0257	0040	0040:	0000	0000	L
3	-31	00	0322	0330				
4	-34	00	0427	0425	$\Delta_L=0$ ПУ:0425; $\Delta_L \neq 0$ ПУ:0427			
5	20	00	0257	0042	0042:	0000	0000	z -I
6	-30	00	0431	0041	0041:	0000	0000	z_0 -I
7	11	00	0041	0042	CM:	0000	0000	z -I + Δ_L
0430	22	00	0040	0041	0041:	0000	0000	z_0 -I
I	63	00	0353	0000	CM:	z_0 -I	0000	0000
2	I2	00	0307	0307	0307:	z_0 -I	М	В
3	60	00	0353	0042	0042:	z -I	0000	0000
4	-10	00	0042	0310	0310:	z -I	0000	0000
5	-10	00	0270	0311	0311:	L -I	$\rho_0 q_0$	0000
6	-10	00	0270	0017	i_{17} :	L -I	$\rho_0 q_0$	0000
7	70	00	0130	0017				

Адрес	Команды и числа				Пояснения			
0440	-20	I7	0437	0I26				
I	-I0	00	00I7	03I2	03I2:	0000	$P_{L-1} Q_{L-1}$	00 0000
2	I0	00	0263	0300	0300:	$\tau_s - 1$	0520	N_s
3	6I	00	0346	0303	CM:	π	0000	0000
4	I2	00	0302	000I	ζ_i :	$\pi + \tau_{s-1}$	0000	0520
5	-I0	0I	0000	000I				
6	-20	0I	0445	0257				
7	-30	00	0204	0000	ПУ:	Б.6		

Л и т е р а т у р а

1. Э.В. Евреинов, Г.П. Лопато. Универсальная вычислительная система "Минск-222". - Вычислительные системы, Новосибирск, Изд-во "Наука", Сиб.отд., 1966г., вып.23, стр. 13-20.
2. Ю.Г. Косарев, В.Я. Пыхтин, Е.Н. Жуков, Л.В. Головяшкина, Ю.И. Колосова. Особенности употребления команд системы "Минск-222". - Данный сборник, стр.41-54.
3. Ю.Г. Косарев. О методике решения задач на универсальных вычислительных системах. - Вычислительные системы, Новосибирск, Изд-во "Наука", Сибирское отделение, 1965г., вып. I7, стр. 6I-99.
4. Э.В. Евреинов, Ю.Г. Косарев. О решении задач на универсальных вычислительных системах. Вычислительные системы, Новосибирск, Изд-во "Наука", Сибирское отделение, 1965г., вып. I7, стр. I06-164.
5. Ю.Г. Косарев, С.В. Нагаев. О потерях времени на синхронизацию в вычислительных системах. - Данный сборник, стр. 2I-39.
6. Г.К. Столяров, М.Е. Неменман и др. Библиотека стандартных программ для ЦВМ "Минск-2". - Изд-во ЦСУ СССР, 1963.
7. Ю.И. Колосова, П.И. Радшевский. Стандартная программа подготовки данных. Отчет ИМ СО АН СССР, 1966.
8. Е.Н. Жуков, Г.Н. Буслаева, Г.И. Левченко. Особенности работы на системе "Минск-222". Данный сборник, стр. 77-83.

Поступила в редакцию
10.Х. 1966г.